

基于 Copula-Glue 的水文模型参数的不确定性*

林凯荣, 陈晓宏, 江 涛
(中山大学地理科学与规划学院, 广东 广州 510275)

摘 要: 利用现行的 Copula 函数来描述模型参数之间的相关性, 提出基于 Copula-Glue 的水文模型参数不确定性估计方法。选取采样次数为 10 000、50 000 和 100 000, 阈值为 0.5、0.6 和 0.7 的 6 种组合, 进行了模型参数的不确定性模拟, 并与 Glue 方法的模拟结果进行了对比。结果表明基于 Copula-Glue 的水文模型参数不确定性估计方法用联合分布代替单独的参数的分布, 能够很好地考虑参数之间的相关性, 在同样的采样次数下能够生成更多有效的参数组合, 从而更加全面地估计参数的不确定性。

关键词: Copula; Glue 方法; 水文模型; 不确定性

中图分类号: P338 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2009) 03-0109-07

Parameter Uncertainty in Hydrological Model based on Copula and Glue

LIN Kairong, CHEN Xiaohong, JIANG Tao

(School of Geographical Science and Planning, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: In this paper, copula was employed to describe the correlation of parameters and an uncertainty estimation method of hydrological model based on Copula and Glue was proposed. Six scenarios were selected by taking the sampling number as 10 000, 50 000, and 100 000, and setting threshold as 0.5, 0.6, and 0.7, respectively. Using the six scenarios, the proposed and the Glue methods were compared to study the parameter uncertainty in hydrological modelling. The results showed that the proposed method can reflect the correlation of the parameters by using a joint probability distribution of the parameters to replace two separate one-variable probability distributions, and it can obtain more valid parameter sets, so as to estimate the parameter uncertainty completely.

Key words: copula; generalised likelihood uncertainty estimation method; hydrological model; uncertainty

水文过程受到来自上层因素气候(如大气环流)、天气情况(如降水、气温、风速等)等的影响,同时也受到下层地理位置、地形、地质条件、植被、土壤等的影响。所有这些因素不断变化、相互作用、相互影响,使得水文科学内在规律非常复杂。水文复杂性和不确定性是水文科学研究最为重要和棘手的两个方面,特别是在全球水文及气候变化中,水文不确定性成为水文科学发展中一个新的

前沿课题^[1]。随着水文模型在水资源规划与管理中不断深入和广泛地应用,模型结构复杂性急剧增长,模型参数在高维空间表现出了复杂的相关性结构和低灵敏度特征,传统参数识别中仅局限于参数优化算法效率和精度等方面的研究已经不能满足理论与实践的需要^[2]。由于缺乏深入研究结构不确定性的理论基础和有效技术手段,模型结构往往只能通过识别参数后验分布统计规律间接地得到验

* 收稿日期: 2008-06-10

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金资助项目(50809078); 国家自然科学基金重点资助项目(50839005); 国家科技支撑计划基金资助项目(2006BAB14B07); 中山大学青年教师科研启动基金资助项目; 水资源与水电工程科学国家重点实验室开放基金资助项目(2008B043)

作者简介: 林凯荣(1980年生),男,博士,讲师; E-mail: linkr@mail.sysu.edu.cn

证, 因而参数不确定性分析研究就显得格外重要。

1 现有的参数不确定性研究

传统的参数识别主要基于优化思想的参数识别思路, 而这些自动优选方法通常受数据和算法以及人们主观因素的影响很大, 水文模型中可能出现参数冗余, 参数之间存在较强的相关性等问题, 使得在单目标或是多目标情况下所率定的参数集并不唯一, 也使得参数的“同效现象”十分普遍^[3]。针对传统参数识别的缺陷, 基于不确定分析的参数识别应运而生。Tiware^[4]最早将贝叶斯理论用于生态模型的参数识别。初始的不确定性分析更多的是对模型参数的敏感性进行分析。比如 Horberger 和 Spear^[5]的 RSA (Regionalized Sensitivity Analysis) 方法, Chio 等^[6]提出的多参数敏感性分析方法等。然而这些研究只考虑了参数的敏感性, 没有估计概率分布。20 世纪 90 年代, 研究人员将马尔科夫链蒙特卡罗法 (Markov Chain Monte Carlo, MCMC) 引入到参数的不确定性研究中, 用于待估参数的贝叶斯分布采样, 以估计参数的后验分布^[7]。MCMC 取样方法包括 Metropolis-Hastings 算法、自适应 Metropolis 算法等。MCMC 方法从参数的后验分布提取样本, 提供了比单点估计更多的信息, 而且避免了用一个正态近似后验分布用于推断的必要。

对于参数的不确定性估计方法, 其中最著名的方法当属由 Beven 和 Binley 在 1992 年提出的 GLUE 方法 (General Likelihood Uncertainty Estimation)。GLUE 方法是基于 Horberger 和 Spear 的 RSA 方法发展起来的。该方法易于理解, 可以用于各种程度的复杂性和非线性的模型中, 是目前水文模拟、水质模拟中主要的不确定性估计方法之一^[3, 8-9]。然而这些方法大多数假定模型参数之间是相互独立的, 事实上参数空间分布的复杂性与相关性正是参数不确定性存在的主要原因之一。因此, 本文旨在利用现行的 Copula 函数来描述模型参数之间的相关性, 结合 GLUE 方法进一步探讨水文模型参数的不确定性问题。

2 Copula 函数

2.1 函数定义

Copula 函数理论^[10]自 1959 年提出后, 经过 40 多年的发展, 已成为构建多元联合分布的一种重要方法, 且边缘分布不局限于正态分布和极值分布, 因此更适合于构建边缘分布为 PIII 型分布的联合分布。近年来, 尝试采 Copula 函数描述洪峰、洪量、

降雨强度和降雨历时等水文变量的研究越来越多, 并已经初具理论和应用基础^[11-12]。Gumbel-Hougaard Copula^[10]是一种常见的 Copula 函数, 与 Gumbel 逻辑模型具有完全相同的结构^[13], 比较适合用来描述水文极值变量。本文采用 Gumbel-Hougaard Copula 来描述模型参数之间的相关性结构, 其数学表达式为^[10, 12]:

$$C(u, v) = \exp\{-[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta]^{1/\theta}\}, \quad \theta \geq 1 \quad (1)$$

式中, θ 为 Copula 函数的参数, θ 越大, 相关性越强, 当 $\theta = 1$ 时, 变量独立, $C(u, v) = uv$ 。

2.2 参数估计

其中相关系数采用 Kendall 相关系数, 计算方法如下。

令 $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$ 表示从连续随机变量 (X, Y) 中抽取的 n 个观测值的随机样本, 则在样本中有 $n(n-1)/2$ 种不同的观测值对的组合 (x_i, y_i) 和 (x_j, y_j) 。令 c 表示一致性的对数, d 表示不一致性的对数, 则可计算 Kendall 相关系数:

$$\tau = (c - d) / [n(n-1)/2] \quad (2)$$

式中, τ 等价于样本观测值 (x_i, y_i) 和 (x_j, y_j) 的一致概率减去不一致的概率, 该式即为根据样本计算 Kendall 秩相关系数的方法。

那么, Copula 函数的参数 θ 与 Kendall 相关系数 τ 存在如下关系:

$$\theta = 1/(1 - \tau) \quad (3)$$

3 基于 Copula-Glue 的不确定性估计方法

本文给出了基于 Copula-Glue 的水文模型参数不确定性估计方法。具体步骤如下:

(1) 首先采用传统的 GLUE 方法获得高于似然度阈值的所有参数组合, 利用前面介绍的方法计算模型参数间的 Kendall 相关系数, 根据参数的物理意义和联系, 确定相关的模型参数及其相关性, 并由公式 (3) 计算 Copula 函数的参数 θ ;

(2) 在预先设定的参数分布的取值范围内, 利用蒙特卡罗方法进行模型参数的采样; 其中相关的参数组的另一者直接由 Copula 函数生成;

(3) 根据获得的模型参数组合样本进行模拟, 选择合适的似然函数, 计算各参数组合所对应的似然值;

(4) 设定一个阈值, 选择高于临界值的所有

参数组合, 按照似然值的大小, 得到一定置信水平的模型预报的不确定性区间;

(5) 当有新的数据时, 利用贝叶斯函数更新加权后的似然值。

4 应用实例和分析

4.1 汉中流域概况

本文选取汉江上游的汉中流域为研究区域, 该区域面积 $9\,329\text{ km}^2$, 流域位置在北纬 $32^\circ35' - 34^\circ10'$ 和东经 $106^\circ10' - 107^\circ30'$ 。流域内有 50 个雨量站, 3 个蒸发站 (铁锁关、武侯镇和红庙塘), 和 7 个水文站 (茶店子、铁锁关、武侯镇、元墩、江口、马道和汉中), 如图 1 所示。汉江上游的暴雨具有量大、分配集中和笼罩面广等特点, 其洪水主要由暴雨形成, 由于流域内山高坡陡, 洪水汇流速度快, 具有猛涨猛落、峰型尖瘦的特点。

现有的提取的数字河网的软件应用最广泛的方法仍然是 1992 年由 Martz 和 Garbrecht^[14] 提出的提取流域特征的 TOPAZ (TOpographic PArameteriZation) 方法栅格 DEM 数据采用美国 GTOPO30 数据库提供的空间分辨率为 $30''$ 的基础高程数据, 根据汉中流域的经纬度坐标, 利用 ERDAS 软件切出汉中流域所在区域的 DEM, 设置临界集水面积 CSA 为 40 km^2 、最小集水河道长度 MSCL 为 $6\,000\text{ m}$, 采用 TOPAZ 软件自动生成流域水系、河网、子流域及其拓扑关系, 同时确定相关的地形水文特征如面积、河长、坡度等信息^[15]。

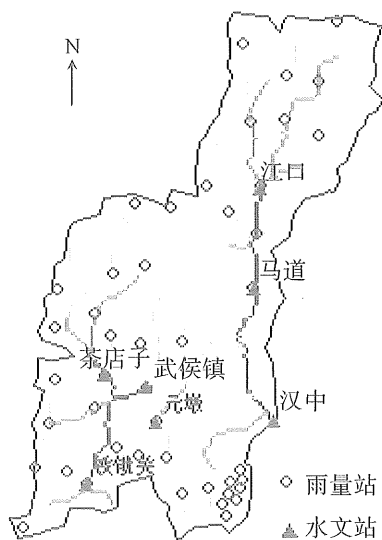


图 1 生成的汉中流域河网水系示意图

Fig. 1 River network sketch of Hanzhong catchment

4.2 模型原理

TOPMODEL (TOP graphy based hydrological MODEL) 作为一个以地形为基础的半分布式流域水文模型, 自 Beven 和 Kirkby 于 1979 年提出以来, 已在水文领域获得了广泛的应用。其主要是利用地貌指数来反映流域水文现象, 特别是径流运动的分布规律。模型结构简单, 优选参数相对较少, 物理概念明确, 在集总式和分布式流域水文模型之间起到了一个承上启下的作用^[16]。

流域水文过程是一种动态的、非均匀的复杂现象。水文模型所描述的水文过程常常是经过一系列简化得到的。在 TOPMODEL 模型中, 降水满足冠层截留、填洼和植物截留以后, 下渗进入土壤非饱和层。由于垂直排水及流域内的侧向水分运动, 一部分面积地下水位抬升至地表面成为饱和面。产流发生在这种饱和地表面积或者叫做源面积上。TOPMODEL 主要通过流域含水量 (或缺水量) 来确定源面积的大小。而含水量的大小可由地形指数计算, 因此 TOPMODEL 被称为以地形为基础的流域水文模型。图 2 显示了采用多流向法计算的该流域地形指数分布曲线。

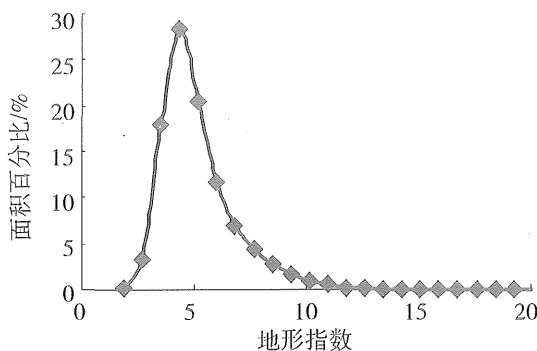


图 2 汉中流域地形指数分布曲线

Fig. 2 Distribution curve of topographic index of Hanzhong catchment

4.3 应用分析

(1) 似然函数的选择

似然函数用于判别模拟结果与实测结果的吻合程度。从理论上讲, 当模拟结果与所研究的系统不相似时, 似然函数值应当为零; 而当模拟结果相似性增加时, 似然函数值应当单调上升。似然函数的选择有很多, 不过大多数是以均方误差 σ_e 为主, 其表达式如式 (4) 所示。Beven 等^[3] 采用 $(\sigma_e^2)^{-N}$ 为似然函数, 而 Free 等^[9] 则选择 Nash-Sutcliffe 确定性系数和 $\exp(-N\sigma_e^2)$ 作为似然函数;

其中 N 为一调节参数。最常用的似然函数 Nash-Sutcliffe 确定性系数, 其计算公式如式 (5) 所示。

$$\sigma_\varepsilon = \sqrt{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_i)^2 \right]} \quad (4)$$

$$L = \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2} \right]^N \quad (5)$$

式中, Q_i 为流量实测值; $\hat{Q}_i$ 为流量模拟值; $\bar{Q}$ 为实测流量的平均值, n 为序列的长度。

这里也采用 Nash-Sutcliffe 确定性系数作为似然

函数, 关于调节参数 N 的取值, 一般默认为 1。事实上, 随着 N 值的增大, 似乎能够达到优化的效果, 我们可以来看一个对比, 图 3 (a) 和 (b) 分别显示的是 $N = 1$ 和 $N = 30$ 得到有效参数组的似然函数值的散点图。从图 3 上看, 似乎 N 值越大, 不确定性越小。其实不然, Beven 等^[9] 也认为 N 值增大时, 只是从数值上处理的结果, 然而, 模型的不确定性仍然存在, 这并不能减少模型的不确定性, 反而可能减少了有效的参数组; 从而可能过低估计模型参数的不确定性。因此, 本文中的 N 取为 1。

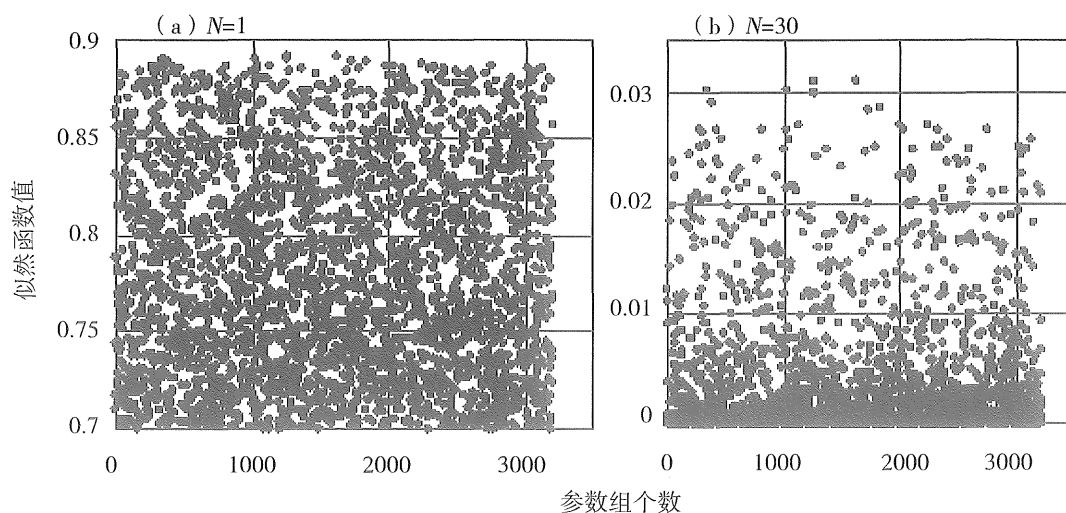


图 3 汉中流域有效参数组的似然函数值散点图

Fig. 3 Dotty plot of likelihood values for behavioural parameter sets of Hanzhong catchment

(2) 模型参数的范围

本文选取 TOPMODEL 模型中的 4 个主要参数 S_{zm} 、 T_0 、 T_d 和 $SR_{\max}$ 进行研究。其中 S_{zm} 表示非饱和区最大蓄水深度; T_0 是饱和导水率; T_d 是时间参数; $SR_{\max}$ 则是根系区最大容水量。假设参数服从均匀分布, 其取值范围如表 1 所示。

表 1 模型参数的取值范围

Table 1 Ranges of parameters used in TOPMODEL model

参数	最小值	最大值	平均值
S_{zm}/m	0.01	1	0.5
$T_0/(m^2 \cdot h^{-1})$	0.01	3	1.5
T_d/h	1	100	50
$SR_{\max}/m$	0.01	0.5	0.25

(3) 参数的相关性

TOPMODEL 主要引入 3 个假设: 其中第 3 个假设导水率是饱和地下水水面深度的负指数函数, 即

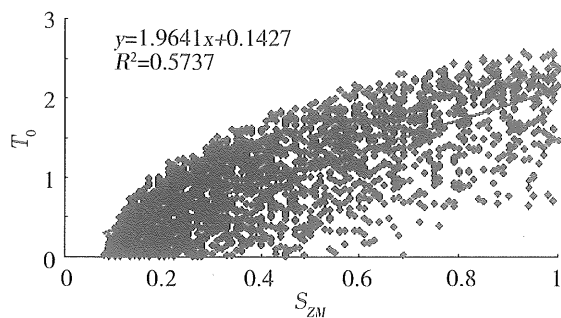
$$T_i = T_0 \exp(-z_i/S_{zm}) \quad (6)$$

式中, T_i 表示 i 点处的导水率; z_i 表示饱和地下水水面距流域土壤表面的深度 (也叫缺水深度)。

由前面分析可知, 参数空间分布的复杂性与相关性正是参数不确定性存在的主要原因之一。根据 TOPMODEL 的假设, 我们认为参数 S_{zm} 和 T_0 之间可能存在相关性。这样, 首先采用传统的 GLUE 方法获得高于似然函数阈值 (取 Nash-Sutcliffe 确定性系数 0.7 为阈值) 的所有参数组合, 进行参数之间的相关性分析, 发现参数 S_{zm} 和 T_0 之间确实存在着相关性, 如图 4 所示。利用前面介绍的方法, 计算得它们之间的 Kendall 相关系数 τ 为 0.55。

(4) 不确定性计算

首先由公式 (4) 计算得 Copula 函数的参数 θ 为 2.22; 在预先设定的参数分布的取值范围内, 利用蒙特卡罗方法进行模型参数的采样; 其中相关的参数组的另一者直接由 Copula 函数生成; 根据

图4 选取的参数组中参数 S_{zm} 和 T_0 的散点图Fig. 4 Scatter plot of the parameter S_{zm} and T_0 of the selected parameter set

获得的模型参数组合样本进行模拟, 选择 Nash-Sutcliffe 确定性系数作为似然函数; 设定阈值为 0.7, 选择高于临界值的所有参数组合, 按照似然值的大小, 得到一定置信水平 (取 95%) 的模型预报的不确定性区间。数据选取 1980 - 1990 年的逐日的降雨量和水文站流量资料, 截取其中的一段为例, 如图 5 所示。

5 结果分析

为了对不确定性模拟的结果进行进一步分析, 本文选取采样次数为 10 000、50 000 和 100 000, 阈值为 0.5、0.6 和 0.7 的 6 种组合, 分别采用 Glue 方法和 Copula-Glue 方法进行了模型参数的不确定性模拟。图 6 显示的是在 95% 置信水平下传

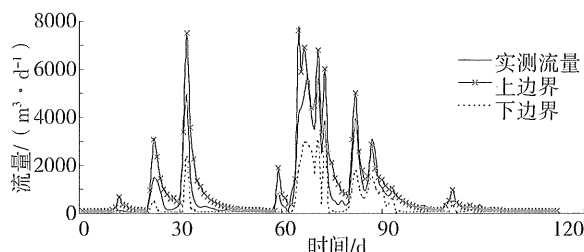


图5 95%置信水平的模型预报的不确定性区间 (1981年6月14日-11月2日)

Fig. 5 Comparison of prediction limits for a selected period of 1981 data set (14th June - 2nd Nov)

统方法和本文方法模拟的边界流量相关图。图 6 (a) 和 (b) 分别为采样次数为 10 000 阈值为 0.7 的两种方法模拟的上边界和下边界流量相关图; 图 6 (c) 和 (d) 分别为采样次数为 100 000 阈值为 0.7 的两种方法模拟的上边界和下边界流量相关图。但从模拟的不确定区间来讲, 不管是 Copula-Glue 方法还是 Glue 方法, 或者是上述 6 种不同的组合, 得到的结果差别都不大。从图 6 中 (b) 可以看出, 对于模拟次数为 10 000 的情况, Copula-Glue 方法得到的下边界流量值会比 Glue 方法的小一些, 尤其是流量比较大的时候; 这就说明本文方法得到的不确定性区间比 Glue 方法的大一些。而随着采样次数的增加, 两种方法得到的边界流量基本上是一致的, 如图 7 中 (c) 和 (d) 所示。

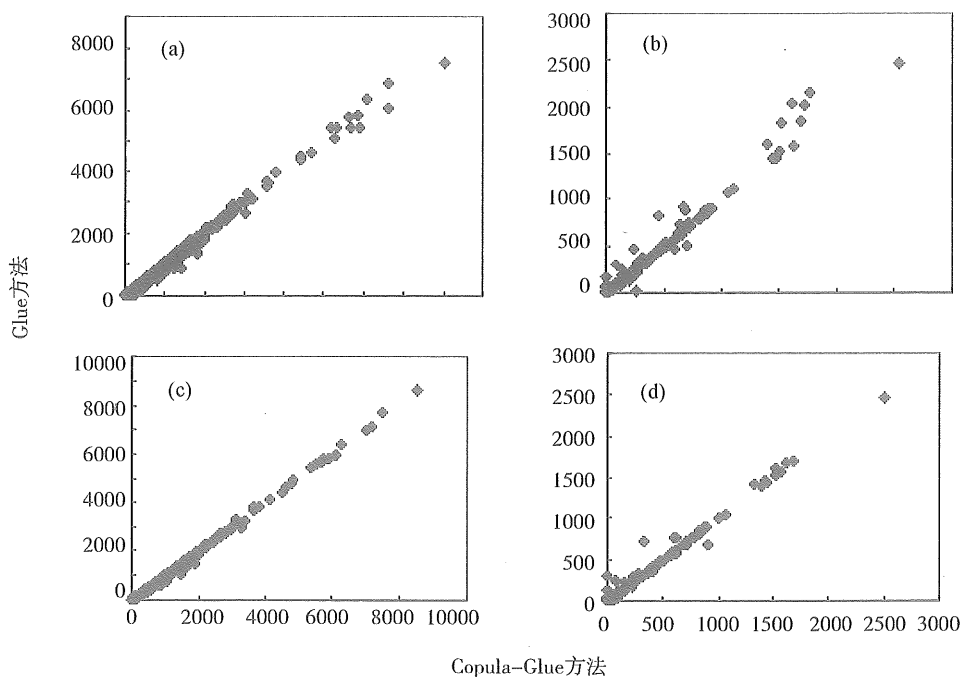


图6 Glue 方法和 Copula-Glue 方法模拟的边界流量相关图

Fig. 6 Correlation of bound discharge between Glue method and Copula-Glue method

表 2 有效的所有参数组合个数列表
Table 2 List of the total number of the behavioural parameter set

阈值	10 000		50 000		100 000	
	Glue 方法	Copula-Glue 方法	Glue 方法	Copula-Glue 方法	Glue 方法	Copula-Glue 方法
0.5	918	1393	4497	6995	9043	14018
0.6	537	803	2584	3945	5215	7865
0.7	278	420	1384	2055	2796	4125

虽然两种方法得到的不确定区间差别不是很大,但是两者对于模型参数的不确定性的估计却有着比较大的差别。表 2 中列出了上述 6 种组合下采用 Glue 方法和 Copula-Glue 方法得到的所有有效参数组合个数。从表 2 中可以看出,阈值越大,得到的有效参数组合个数越少;采样次数越大,得到的参数组合个数越多。因此,为了更加全面地估计参数的不确定性,就需要增加采样的次数。然而对于具有多个参数的模型结构,参数的组合方式非常多,常常需要几万或几十万,甚至上百万次的参数取样,因此 MonteCarlo 方法需要消耗大量的计算资源。有时模拟的洪水过程很长,如果取样很大,程序运行所需要的时间将会很长。尤其当参数间具有相关性的时候,如果参数的样本不能足够大的话,假设参数独立的采样方式就有可能不能够包含所有有效的参数组合。这样就有可能过低估计模型参数的不确定性。从表 2 中还可以看出,当模型参数间具有相关性的时候,本文方法能够很好地考虑参数间的相关性,在同样的采样次数下生成更多有效的参数组合,从而更加全面地估计参数的不确定性。因此,这时采用 Copula-Glue 方法进行模型参数的不确定性分析就能够在一定程度上避免 Glue 方法的缺憾,取得较好的效果。

另一方面,从得到的结果,可以看出模拟得到的流量过程线的上、下边界并不能完全包含实测流量过程线,总有一些实测流量落在 95% 的置信区间之外,如图 5 所示。这说明 TOPMODEL 模型并不能完全模拟出该流域的流量过程,很多研究也已经表明^[9,17],这是由于模型结构等其他的不确定性因素而引起的,至于影响的程度需要进一步深入的研究。

6 结语

水文模型的基础是确定的水文规律(物理规律、统计规律),没有确定性的机理研究作基础,不确定性的研究只能是无本之木^[18]。因此,减少

预测中的不确定性是研究不确定性的目的。虽然遥感技术、雷达技术以及同位素示踪技术等逐渐被引入到水文模拟中,为水文研究提供了更多的信息,并在一定程度上减少了不确定性,但是水文循环的复杂非线性特征使得模型的结构和参数都不可避免存在不确定性,所以必须认真考虑这种不确定性。现有的不确定性方法有很多,但这些方法大多数假定模型参数之间是相互独立的,事实上参数空间分布的复杂性及相关性正是参数不确定性存在的主要原因之一,对于参数比较多的模型更是如此。本文利用现行的 Copula 函数来描述模型参数之间的相关性,提出基于 Copula-Glue 的水文模型参数不确定性估计方法。当模型参数间存在着相关性的时候, Copula-Glue 方法用联合分布代替单独的参数的分布,能够很好地考虑参数之间的相关性,可以 Glue 方法可能过低估计模型参数引起的不确定性,同时可以在一定程度上提高蒙特卡罗取样的搜索效率。但是对于复杂环境系统下的水文模拟和预测而言,造成不确定性的因素有很多,本文的研究也只是其中的一个方面,今后仍需要进一步深入的研究。

参考文献:

- [1] 叶守泽,夏军. 水文科学研究的世纪回眸与展望[J]. 水科学进展, 2002, 13(1): 93-104.
YE Shouze, XIA Jun. Century's retrospect and looking into the future of hydrological science[J]. Chinese Advance Water Science, 2002, 13(1): 93-104.
- [2] BECK M B. A review of the analysis of uncertainty[J]. Water Resources Research, 1987, 23(8): 1393-1442.
- [3] BEVEN K J, BINLEY A. The future of distributed models: model calibration and uncertainty prediction[J]. Hydrological Processes, 1992, 6: 279-298.
- [4] TIWARI J, HOBBIE J, PETERSON B. Random differential equations as models of ecosystems, III. Bayesian inference for parameters[J]. Mathematical Biosciences, 1978, 38: 247-258.
- [5] HORNBERGER G M, SPEAR R C. An approach to the

- preliminary of environmental systems[J]. *Journal of Environmental Management*, 1981, 12:7-18.
- [6] CHOI J, HARVEY J W, CONLIN M. Use of multi-parameter sensitivity analysis to determine relative importance of factors influencing natural attenuation of mining contaminants[C]//Morganwalp D, ed. *Proceedings of the Toxic Substances Hydrology Program Meeting*, Charleston, SC, 1999:185-192.
- [7] MARSHALL L, NOTT D, SHARMA A. A comparative study of Markov chain Monte Carlo methods for conceptual rainfall-runoff modeling[J]. *Water Resources Research*, 2004, 40(2):1-11.
- [8] FREER J, BEVEN K J, AMBROISE B. Bayesian estimation of uncertainty in runoff prediction and the value of data: an application of the GLUE approach [J]. *Water Resources Research*, 1996, 32(7):2161-2173.
- [9] BEVEN K J, FREER J. Equifinality, data assimilation, and uncertainty estimation in mechanistic modeling of complex environmental systems using the GLUE methodology[J]. *Journal of Hydrology*, 2001, 249:11-29.
- [10] NELSON R B. *An introduction to Copulas* [M]. New York:Springer, 1999.
- [11] 肖义, 郭生练, 熊立华, 等. 一种新的洪水过程随机模拟方法研究[J]. *四川大学学报:工程科学版*, 2007, 39(2):55-60.
XIAO Yi, GUO Shenglian, XIONG Lihua, et al. A new random simulation method for constructing synthetic flood hydrographs [J]. *Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition)*, 2007, 39(2):55-60.
- [12] SALVADORI G, DE MICHLELE C. Frequency analysis via copulas: Theoretical aspects and applications to hydrological events [J]. *Water Resources Research*, 2004, 40(12):1-17.
- [13] 熊立华, 郭生练, 肖义, 等. Copula 联结函数在多变量水文频率分析中的应用[J]. *武汉大学学报:工学版*, 2005, 38(6):16-19.
XIONG Li hua, GUO Sheng lian, XIAO Yi, et al. Application of copulas to multivariate hydrological frequency analysi [J]. *Engineering Journal of Wuhan University*, 2005, 38(6):16-19.
- [14] MARTZ L W, GARBRECHT J. Numerical definition of drainage network and subcatchment areas from digital elevation models[J]. *Computers Geosciences*, 1992, 18(6):747-761.
- [15] 林凯荣. 数字水文模拟与基流分割方法研究[D]. 武汉:武汉大学, 2007.
- [16] 熊立华, 郭生练. 分布式流域水文模型[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2004.
- [17] 黄国如, 解河海. 基于 GLUE 方法的流域水文模型的不确定性分析[J]. *华南理工大学学报:自然科学版*, 2007, 35(3):137-142.
HUANG Guoru, XIE Hehai. Uncertainty analyses of watershed hydrological model based on GLUE method [J]. *Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition)*, 2007, 35(3):137-142.
- [18] 尹雄锐, 夏军, 张翔. 水文模拟与预测中的不确定性研究现状与展望[J]. *水力发电*, 2005, 25(5):11-15.
YIN Xiong rui, XIA Jun, ZHANG Xiang. Recent progress and prospect of the study on uncertainties in hydrological modelling and forecastin [J]. *Chinese Water Power*, 2005, 25(5):11-15.